

Программа курса
Обыкновенные дифференциальные уравнения,
2-ой курс, 2 поток, 2014-15 учебный год.
Лекторы Жиров А.Ю. и Давыдов А.А.

1. Основные понятия и задачи теории ОДУ: уравнения и системы, автономные и неавтономные, задача Коши и краевая задача. Геометрическая интерпретация: поле направлений и векторное поле. Примеры.
2. Фазовые потоки и фазовые портреты. Примеры дифференциальных уравнений и систем. Уравнение роста, логистическое уравнение, отлов рыбы с квотами, система Лотки-Вольтерра, цепная линия.
3. Элементарные методы решения уравнений первого порядка: разделяющиеся переменные, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения Бернулли и Риккати. Фазовый портрет системы Лотки-Вольтерра.
4. Симметричная форма записи уравнений первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. отыскание интегрируемых комбинаций. Интегрирующий множитель.
5. Первые интегралы. Примеры. Уравнение Эйлера (твёрдое тело).
6. Уравнения, не разрешённые относительно производной.
7. Основные теоремы. Доказательство теоремы существования, ломаные Эйлера. Продолжение решений.
8. Теорема существования и единственности (метод сжимающего отображения). Непрерывная зависимость от начальных условий и правой части.
9. Линейные системы. Общая теория, вронскиан, теорема Остроградского-Лиувилля.
10. Линейные уравнения порядка n . Общая теория. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера.
11. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
12. Метод вариации постоянной для линейных систем и линейных уравнений порядка n .
13. Классификация линейных систем с постоянными коэффициентами второго порядка. Их фазовые портреты.
14. Грубость. Доказательство грубости фокуса.
15. Теорема Штурма.
16. Краевые задачи для уравнений второго порядка. Функция Грина.

17. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Экспонента матрицы и её свойства. Основная теорема теории линейных систем.
18. Пространство векторных квазимногочленов. Теорема о виде частного решения линейной системы с постоянными коэффициентами и неоднородной частью в виде векторного квазимногочлена.
19. Преобразования фазового потока. Групповое свойство преобразований фазового потока автономного векторного поля.
20. Непрерывная (дифференцируемая) зависимость решения системы дифференциальных уравнений от начальных данных. Уравнение в вариациях вдоль решения системы дифференциальных уравнений.
21. Непрерывная (дифференцируемая) зависимость решения системы дифференциальных уравнений от параметров. Сведение к теореме о зависимости от начальных данных.
22. Теорема о выпрямлении векторного поля вблизи его неособой точки.
23. Производная функции вдоль векторного поля. Первый интеграл. Теорема о существовании полной системы первых интегралов в окрестности неособой точки векторного поля.
24. Общее решение линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка вблизи неособой точки векторного поля.
25. Существование и единственность решения задачи Коши для линейного уравнения в частных производных первого порядка вблизи регулярной точки поверхности. Решение квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
26. Устойчивость и асимптотическая устойчивость (по Ляпунову) решения системы дифференциальных уравнений. Устойчивость положения равновесия линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
27. Функция Ляпунова. Теорема об (асимптотической) устойчивости положения равновесия при наличии функции Ляпунова.
28. Устойчивость положения равновесия по линейному приближению.
29. Теорема Четаева.
30. Устойчивость линейных систем.
31. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Формула для скорости изменения объема области под действием фазового потока. Теорема Дюлака об отсутствии периодических решений векторного поля на плоскости.

32. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Отображение за период. Логарифм невырожденной матрицы. Теорема Флоке.

33. Устойчивость неподвижной точки гладкого отображения. Устойчивость периодических решений векторных полей с периодической правой частью.

34. Отображение Пуанкаре. Устойчивость периодических решений автономных векторных полей. Вычисление мультипликаторов предельного цикла на плоскости.

35. Решение систем уравнений малых колебаний. Всяду плотность иррациональной обмотки тора.

Литература:

1. А.Ф. Филиппов. Сборник задач по ОДУ (любое из последних изданий).
2. В.И. Арнольд. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.
3. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.
4. А.Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: УРСС, 2004.