

Дифференциальные уравнения, Весенний семестр 2013-2014 уч. года, 3-ий поток

Вопросы к экзамену, Лектор А.А.Давыдов

Из осеннего семестра входят теоремы о существовании, единственности, продолжаемости решений.

1. Системы линейных уравнений, продолжаемость решений, пространство решений однородной системы. Фундаментальная матрица.
2. Экспонента матрицы и её свойства. Основная теорема теории линейных систем. Экспонента суммы коммутирующих матриц, экспонента жордановой клетки. Вычисление экспоненты.
3. Фазовые портреты линейных систем с постоянными коэффициентами на плоскости.
4. Метод вариации постоянных решения неоднородной линейной системы.
5. Пространство векторных квазимногочленов. Теорема о виде частного решения линейной системы с постоянными коэффициентами и неоднородной частью в виде векторного квазимногочлена.
6. Общее решение разностной линейной системы.
7. Преобразования фазового потока. Групповое свойство преобразований фазового потока автономного векторного поля.
8. Непрерывная (дифференцируемая) зависимость решения системы дифференциальных уравнений от начальных данных. Уравнение в вариациях вдоль заданного решения системы дифференциальных уравнений.
9. Непрерывная (дифференцируемая) зависимость решения системы дифференциальных уравнений от параметров. Сведение к теореме о зависимости от начальных данных.
10. Леммы Гронуолла и Адамара.
11. Теорема о выпрямлении векторного поля вблизи его неособой точки.
12. Производная функции вдоль векторного поля. Первый интеграл системы дифференциальных уравнений. Теорема о существовании полной системы первых интегралов в окрестности неособой точки векторного поля.
13. Общее решение линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка в окрестности неособой точки характеристического векторного поля.
14. Существование и единственность решения задачи Коши для линейного уравнения в частных производных первого порядка вблизи регулярной (=нехарактеристической) точки. Решения квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
15. Устойчивость и асимптотическая устойчивость (по Ляпунову) решения системы дифференциальных уравнений. Устойчивость положения равновесия линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
16. Функция Ляпунова. Теорема об (асимптотической) устойчивости положения равновесия при наличии функции Ляпунова.
17. Устойчивость положения равновесия по линейному приближению.
18. Теорема Четаева.
19. Устойчивость и асимптотическая устойчивость линейных систем.

20. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Формула для скорости изменения объема области под действием фазового потока. Теорема Дюлака об отсутствии периодических решений векторного поля на плоскости.
21. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Отображение за период. Логарифм невырожденной матрицы. Теорема Флоке.
22. Устойчивость неподвижной точки гладкого отображения. Устойчивость периодических решений векторных полей с периодической правой частью.
23. Отображение Пуанкаре. Устойчивость периодических решений автономных векторных полей. Вычисление мультипликатора предельного цикла на плоскости.
24. Решение систем уравнений малых колебаний. Всюду плотность иррациональной обмотки тора.

Литература:

- А.Ф.Филиппов, Сборник задач по ОДУ (любое из последних изданий).
- В.И.Арнольд, Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.
- Л.С.Понтрягин, Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1982.
- А.Ф.Филиппов, Введение в теорию дифференциальных уравнений, М.: УРСС, 2004.