

Студент _____ Группа _____

ОДУ: экзамен 25 мая 2016; второй поток; вариант 1-1

На экзамене не разрешается пользоваться электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; нельзя разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За каждый ответ на вопрос начисляются очки (максимальное количество очков указано в скобках); подсчёт ведётся по пяти задачам, т.е. худший результат по задачам отбрасывается. Сумма набранных очков складывается с очками, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по этой сумме: 9-12 очков - «удовлетворительно», 3-17 очков - «хорошо», 18 и больше - «отлично».

Задача 1

(1) Исследовать на устойчивость особую точку системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - 5y + 4z \\ \dot{y} = -2y \\ \dot{z} = -x - 4y + 3z \end{cases}$$

и описать поведение фазовых траекторий в её окрестности.

(4) Найти фазовый поток этой системы.

Задача 2

(5) Найти образ вектора $(1, 3)$, приложенного к точке $(1, 1)$, под действием за время 1 фазового потока системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \cos(x - y), \\ \dot{y} = \frac{x}{y}. \end{cases}$$

Задача 3

(3) Найти положения равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \arctg(x - y - 4) \\ \dot{y} = 2x - 2y - 4\sqrt[3]{x^2 - 1} \end{cases}$$

исследовать их на устойчивость, указать их тип и нарисовать эскиз фазового портрета вблизи положений равновесия.

(2) Выяснить есть ли циклы у этой системы. Ответ обосновать.

Студент _____ Группа _____

ОДУ: экзамен 25 мая 2016; второй поток; вариант 1-2

Задача 4

- (4) Найти предельные циклы системы и исследовать их на устойчивость

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x \sin \pi \sqrt{x^2 + y^2} \\ \dot{y} = -x + y \sin \pi \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

- (1) Нарисовать фазовый портрет этой системы.

Задача 5

- (1) Исследовать устойчивость системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 2 \cos t - 1 & \cos t - 1 \\ 2 - 2 \cos t & 2 - \cos t \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

- (4) Найти мультипликаторы этой системы.

Задача 6

- (1) Сформулировать задачу Коши для квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка и достаточное условие существования её решения.
- (3) Найти общее решение уравнения

$$(\sqrt{z} - \sqrt{y}) \frac{\partial z}{\partial x} + (\sqrt{x} - \sqrt{z}) \frac{\partial z}{\partial y} = \sqrt{y} - \sqrt{x}, \quad x, y, z > 0.$$

- (1) Найти уравнение поверхности, задаваемой решением этого уравнения и проходящей через прямую $x = y = z$.

1	2	3	4	5	6
1 4	1 4	3 2	4 1	1 4	1 3 1

Сумма

Оценка

ОДУ: экзамен 25 мая 2016; второй поток; вариант 2-1

На экзамене не разрешается пользоваться электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; нельзя разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За каждый ответ на вопрос начисляются очки (максимальное количество очков указано в скобках); подсчёт ведётся по пяти задачам, т.е. наихудший результат по задачам отбрасывается. Сумма набранных очков складывается с очками, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по этой сумме: 9-12 очков - «удовлетворительно», 3-17 очков - «хорошо», 18 и больше - «отлично».

Задача 1

(1) Исследовать на устойчивость особую точку системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x \\ \dot{y} = -4x - y + 5z \\ \dot{z} = -x - y + 3z \end{cases}$$

и описать поведение фазовых траекторий в её окрестности.

(4) Найти фазовый поток этой системы.

Задача 2

(5) Найти образ вектора $(1, 1)$, приложенного к точке $(1, 1)$, под действием за время 1 фазового потока системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = (y - 1)\left(\frac{1}{x} + y\right). \end{cases}$$

Задача 3

(3) Найти положения равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x^3+x-y} \\ \dot{y} = \text{th}(x^3 - x) \end{cases}$$

исследовать их на устойчивость, указать их тип и нарисовать эскиз фазового портрета вблизи положений равновесия.

(2) Выяснить есть ли циклы у этой системы. Ответ обосновать.

Задача 4

- (4) Найти предельные циклы системы и исследовать их на устойчивость

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + x \sin \frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \dot{y} = x + y \sin \frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases}$$

- (1) Нарисовать фазовый портрет этой системы.

Задача 5

- (1) Исследовать устойчивость системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 2 - \sin t & 1 - \sin t \\ 2 \sin t - 2 & 2 \sin t - 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

- (4) Найти мультипликаторы этой системы.

Задача 6

- (1) Сформулировать задачу Коши для квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка и достаточное условие существования её решения.
- (3) Найти общее решение уравнения

$$(z^2 - y^2) \frac{\partial z}{\partial x} + (x^2 - z^2) \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, \quad x, y, z > 0.$$

- (1) Найти уравнение поверхности, задаваемой решением этого уравнения и проходящей через прямую $x = y = z$.

1	2	3	4	5	6
1 4	1 4	3 2	4 1	1 4	1 3 1

Сумма

Оценка