

ДУ: экзамен 18 июня 2019 года; второй поток; вариант 2₁

На экзамене не разрешается: пользоваться электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За ответ на каждый вопрос/задачу начисляются баллы, максимальное количество баллов указано в скобках перед вопросом/задачей; набранное количество баллов суммируются с баллами, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по итоговой сумме: 9-13 очков - удовлетворительно, 14-18 очков - хорошо, 19 и выше - отлично.

Задача 1.

- (1) Сформулируйте теорему об устойчивости линейных систем $\dot{x} = A(t)x + f(t)$.
- (4) Докажите эту теорему.

Задача 2.

- (1) Запишите формулу Лиувилля-Остроградского для линейного уравнения порядка n .
- (4) Найдите число решений задачи в зависимости от параметра a (сами решения находить необязательно). Ответ обоснуйте:

$$(a + 1)(a^2 - 4a + 3)y''' + (a^2 - 1)y'' + (a - 3)y' + y = x - a, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

Задача 3.

- (2) Найдите общее решение уравнения

$$e^{-x} \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = e^z y^2$$

- (3) и решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $z = -2x$ при $y = 1$.

Задача 4.

- (1) Сформулируйте теорему о дифференцируемой зависимости решения задачи Коши от параметра.
- (4) Найти производную по μ при $\mu = 0$ матрицы монодромии уравнения

$$\ddot{x} + (1 + \mu \cos 2t)x = 0$$

с начальным моментом времени $t = 0$.

Задача 5.

- (1) Устойчив ли цикл $r = 1$ системы в полярных координатах

$$\begin{cases} \dot{r} = r(1 - r^2) \\ \dot{\varphi} = 1 + (\ln |1 - r|)^{-1} \end{cases} ?$$

- (4) Устойчив ли по Ляпунову как решение этот цикл?