

ДУ: экзамен 18 июня 2019 года; второй поток; вариант 3₁

На экзамене не разрешается: пользоваться электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За ответ на каждый вопрос/задачу начисляются очки, максимальное количество очков указано в скобках перед вопросом/задачей; набранное количество очков складывается с очками, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по итоговой сумме: 9-13 очков - удовлетворительно, 14-18 очков - хорошо, 19 и выше - отлично.

Задача 1.

- (1) Сформулируйте теорему об устойчивости нулевого решения линейной системы с постоянными коэффициентами.
- (4) Докажите эту теорему.

Задача 2.

- (1) Существует ли решение уравнения

$$y' = \begin{cases} y^2 \ln |y| & \text{при } y \neq 0 \\ 0 & \text{при } y = 0 \end{cases},$$

проходящее через точку $(0, 0)$?

- (2) Единственно ли локальное решение указанной задачи Коши? Ответ обоснуйте.
- (2) Составить линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами и наименьшего возможного порядка, у которого есть частное решение $y = x - \sin x$.

Задача 3.

- (1) Сформулируйте теорему о существовании функции Грина для линейной краевой задачи для уравнения второго порядка.
- (4) Решите краевую задачу $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$, $y(0) + y'(0) = 0$, $y''(0) = 2018$, $y(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow -\infty$.

Задача 4.

(1) Объясните суть метода малого параметра.

(4) Найти производную по μ при $\mu = 0$ решения задачи Коши

$$u_x + (1 + \mu xy^2)u_y = 0, \quad u|_{y=0} = x.$$

Задача 5.

(4) Устойчива ли система

$$\begin{cases} \dot{x} &= -x \sin^2 t + y \sin t \cos t \\ \dot{y} &= x \sin t \cos t - y \cos^2 t \end{cases} ?$$

(1) Во сколько раз уменьшится объём шара радиуса 2019 в фазовом пространстве под действием фазового потока этой системы за единичное время.