ДУ: экзамен 20 мая 2019 года; второй поток; вариант 2_1

На экзамене не разрешается: пользоваться электронными электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалам; разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За ответ на каждый вопрос/задачу начисляются баллы, максимальное количество баллов указано в скобках перед вопросом/задачей; набранное количество баллов суммируются с баллами, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по итоговой сумме: 9-13 очков - удовлетворительно, 14-18 очков - хорошо, 19 и выше - отлично.

Задача 1.

(1) Сформулируйте теорему о формуле Лиувилля-Остроградского для системы линейных уравнений $\dot{x} = A(t)x$.

(4) Докажите эту теорему.

Задача 2.

(1) Сформулируйте теорему существования и единствнности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка $\dot{x} = v(t, x)$.

(4) Найдите число решений задачи Коши в зависимости от параметра a (сами решения находить необязательно). Ответ обоснуйте:

$$a(a^2 + 3a - 4)y''' + a(a-1)y'' - (a+4)y' + 4y = x^2 - a, \quad y(0) = -1, \; y'(0) = -1.$$

Задача 3.

(2) Найдите общее решение уравнения

$$e^x \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = z + 1,$$

(3) и решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $z = y^2$ при $x = 0$.

ДУ: экзамен 20 мая 2019 года; второй поток; вариант 2_2

Задача 4.

(1) Дать определение особой точки векторного поля, устойчивой асимптотически.

(2) Исследовать на устойчивость нулевое положение равновесия векторного поля

$$\begin{cases} \dot{x} &= -y + x^3 \\ \dot{y} &= 4x + y^5 \end{cases} .$$

(При исследовании на устойчивость положения равновесия нужно указать и обосновать, является ли оно: а) асимптотически устойчивым; б) устойчивым, но не асимптотически; в) неустойчивым.)

(2) Есть ли у данного векторного поля предельный цикл? Ответ обосновать.

Задача 5.

(5) Найти производную по μ при $\mu = 0$ периодического решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} &= -y + x(e^{\mu xy} - x^2 - y^2) \\ \dot{y} &= x + y(e^{\mu xy} - x^2 - y^2) \end{cases} ,$$

такого, что $y(0) = 0$, $x(0) > 0$.