ДУ: экзамен 18 июня 2019 года; второй поток; вариант 5_1

На экзамене не разрешается: пользоваться электронными электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За ответ на каждый вопрос/задачу начисляются очки, максимальное количество очков указано в скобках перед вопросом/задачей; набранное количество очков складывается с очками, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по итоговой сумме: 9-13 очков - удовлетворительно, 14-18 очков - хорошо, 19 и выше - отлично.

Задача 1.

(1) Сформулируйте теорему Флоке.

(4) Докажите эту теорему.

Задача 2.

(1) Существует ли решение уравнения

$$y' = \begin{cases} \operatorname{tg} y \, \ln^2 |y| & \text{при } y \neq 0 \\ 0 & \text{при } y = 0 \end{cases},$$

проходящее через точку $(0, 0)$?

(2) Единственно ли локальное решение указанной задачи Коши? Ответ обоснуйте.

(2) Составить линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами и наименьшего возможного порядка, у которого есть частное решение $y = x \sin^2 x$.

Задача 3.

(2) Найдите общее решение уравнения

$$xe^{-y}\frac{\partial z}{\partial x} + (x^2+1)y^{-1}\frac{\partial z}{\partial y} = ze^{-y}$$

(3) и решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $z = -1$ при $x = 1$.

ДУ: экзамен 18 июня 2019 года; второй поток; вариант 5_2

Задача 4.

(1) Сформулируйте теорему о дифференцируемой зависимости решения задачи Коши от параметра.

(4) Найти производную по μ при $\mu = 0$ матрицы монодромии уравнения

$$\ddot{x} + (1 + \mu \sin 2t)x = 0$$

с начальным моментом времени $t = 0$.

Задача 5.

(1) Устойчив ли цикл $r = 1$ системы в полярных координатах

$$\begin{cases} \dot{r} &= r(1 - r^2) \\ \dot{\varphi} &= 1 + (r - 1)\ln|r - 1| \end{cases} ?$$

(4) Устойчив ли по Ляпунову как решение этот цикл?