ОДУ: экзамен 19 июня 2017; вариант 2

На экзамене не разрешается: пользоваться электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; разговаривать и пользоваться помощью соседей; возвращаться в аудиторию после выхода из неё.

Оценки: за ответ на каждый вопрос/задачу начисляются очки, максимальное количество очков указано в скобках перед вопросом/задачей; также учитываются очки, полученные в течение семестра за контрольные и домашние задания; 9–12 очков — «удовл.», 13–16 очков — «хор.», 17 очков и более — «отл.».

Проверяются только работы, сданные до назначенного времени!!!

1. **(1)** Докажите лемму об эквивалентности дифференциального уравнения в нормальной форме интегральному уравнению.

   (1) Какое решение дифференциального уравнения назвается особым?

   (3) Найдите отображение фазового потока, определяемого системой

$$\begin{cases} \dot{x} &= 2x + 6y - 9z \\ \dot{y} &= x + 3y - 5z \\ \dot{z} &= x + 2y - 4z \end{cases}$$

2. **(1)** Привести пример линейной краевой задачи не имеющей решений.

   (4) Найдите все особые точки системы

$$\begin{cases} \dot{x} &= x^2 + x + 2y^2 - 2 \\ \dot{y} &= x + y^2 \end{cases}$$

   исследуйте их на устойчивость, укажите их тип. Нарисуйте фазовый портрет.

3. **(1)** Сформулируйте лемму Адамара о представлении разности функции в выпуклой области.

   (2) Найдите общее решение уравнения

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + (2ze^z + y)\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

   (2) и решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $u = z^4$ при $y = x$.

4. **(1)** С помощью перехода к уравнению Эйлера, доказать, что кратность любого ненулевого корня произвольного ненулевого многочлена $C_1x^{n_1} + \cdots + C_dx^{n_d}$ меньше d.

   (1) Сформулируйте теорему Ляпунова об устойчивости.

   (3) Найти производную по параметру μ при $\mu = 0$ решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} &= \sin x - y + \mu \sin t \\ \dot{y} &= x + \ln(1 - y) \end{cases}$$

   с начальным условием $x(0) = \cos\mu - 1, \quad y(0) = \sin\mu$.

5. **(1)** Написать формулу Лиувилля–Остроградского для решений системы $\vec{x}' = A(t)\vec{x}$.

   (1) Сформулировать критерий эргодичности преобразования обмотки тора.

   (3) У уравнения $xy'' - y' - 4x^3y = 0$ с $y(0) = 1$, $y''(0) = 0$ найти решение в виде степенного ряда.