

На экзамене не разрешается: пользоваться электронными приборами, конспектами, книгами и другими печатными или рукописными материалами; разговаривать и пользоваться помощью соседей.

Оценки: За ответ на каждый вопрос/задачу начисляются баллы, максимальное количество баллов указано в скобках перед вопросом/задачей; набранное количество баллов суммируются с баллами, полученными за работу в семестре. Оценка определяется по итоговой сумме: 9-13 очков - удовлетворительно, 14-18 очков - хорошо, 19 и выше - отлично.

Задача 1.

- (1) Сформулируйте теорему об устойчивости нулевого решения линейной системы с постоянными коэффициентами.
- (4) Докажите эту теорему.

Задача 2.

- (1) Запишите формулу Лиувилля-Остроградского для линейного уравнения порядка n .
- (4) Найдите число решений задачи в зависимости от параметра a (сами решения находить необязательно). Ответ обоснуйте:

$$(a+2)(a^2-5a+6)y''' + (a^2-4)y'' + (a-3)y' + y = x - a, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1.$$

Задача 3.

- (3) Найдите общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + e^{-t} \\ \dot{y} = -2y \\ \dot{z} = 3z \end{cases}$$

- (2) Во сколько раз изменится объем единичного шара при отображении фазового потока от $t = 2019$ до $t = 2018$?

Задача 4.

- (1) Сформулируйте теорему о дифференцируемой зависимости решения задачи Коши от начальных данных.
- (4) Найти производную $\frac{\partial}{\partial \mu} g^t(x, y)|_{\mu=0}$ фазового потока системы

$$\begin{cases} \dot{x} &= -x + \mu x^3 y^2 \\ \dot{y} &= y + \mu x^2 y^3 \end{cases}.$$

Задача 5.

- (1) Устойчиво ли нулевое решение системы (ответ обоснуйте)

$$\begin{cases} \dot{x} &= x + 4y \\ \dot{y} &= -x - 3y \end{cases}?$$

- (4) Написать функцию Ляпунова этой системы.