

ПРОГРАММА ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА  
ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
НА ТРЕТЬЕМ ПОТОКЕ II КУРСА, 2019/20

1. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в нормальной и симметричных формах: уравнения с разделяющимися переменными, уравнения в полных дифференциалах, линейные неоднородные уравнения, уравнения Бернулли, однородные и квазиоднородные уравнения. Решение задачи Коши. Простейшие физические задачи.
2. Эскизы интегральных кривых автономного уравнения с исследованием единственности в особых точках.
3. Решение неявных дифференциальных уравнений первого порядка. Выделение особого решения. Уравнения Клеро как частный случай.
4. Нахождение фазовых кривых векторных полей на плоскости и уравнений второго порядка с помощью первых интегралов. Уравнения Ньютона  $\ddot{x} = f(x)$  и интеграл энергии — важный частный случай. Фазовые портреты и эскизы зависимостей фазовых переменных от времени. (Эта тематика рассматривалась в обоих семестрах.)
5. Вычисление фазовых потоков на прямой и плоскости в простых случаях. Вычисление фазовых потоков линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами (связь с экспонентой матрицы). Локальное выпрямление векторных полей на прямой и плоскости. (Эта тематика рассматривалась в обоих семестрах.)
6. Решение задачи Коши для уравнений второго порядка, допускающих его понижение из-за наличия симметрий.
7. Проверка локальной независимости функций. Нахождение независимых первых интегралов автономных систем. Решение задачи Коши для линейного однородного уравнения в частных производных и нахождение её характеристических точек.
8. Общее вещественное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части. Решение задачи Коши. Составление линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами наименьшего порядка по известным решениям.
9. Теорема единственности для уравнений: определение наименьшего порядка дифференциального уравнения в нормальной форме по известным решениям.
10. Системы из двух и трёх линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами: общее решение, решение задачи Коши, фундаментальная матрица, экспонента матрицы, фазовый поток, фазовые портреты невырожденных систем на плоскости.
11. Решение системы из четырёх линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью комплексификации и о вещественности.

12. Общее решение систем из двух линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами и квазимногочленами в правых частях. Вариация постоянных: решение линейных неоднородных систем и уравнений второго порядка. Решение задачи Коши.
13. Линейные уравнения с переменными коэффициентами: общее решение и решение задачи Коши для уравнения Эйлера (сведение к уравнению с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части); нахождение общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с помощью подбора одного решения; составление линейных однородных уравнений с переменными коэффициентами наименьшего порядка по известным решениям.
14. Исследование на устойчивость линейных однородных систем с периодическими коэффициентами: уравнение первого порядка с переменными коэффициентами, система из двух уравнений с кусочно постоянными коэффициентами.
15. Исследование на устойчивость линейной неоднородной системы с периодическими коэффициентами и существование у неё единственного периодического решения: уравнение первого порядка с переменными коэффициентами, система из нескольких уравнений с постоянными коэффициентами.
16. Системы уравнений в вариациях по начальному условию и параметру. Метод малого параметра.
17. Исследование особой точки векторного поля на устойчивость и определение её типа по первому приближению. Случай центра (с помощью первого интеграла или оси симметрии). Фазовые портреты произвольных систем и систем с первыми интегралами. (Фазовые портреты систем с первыми интегралами рассматривались в обоих семестрах.)
18. Исследование предельных циклов и особых точек на устойчивость с помощью перехода к полярным координатам. Фазовые портреты. Исследование цикла на устойчивость с помощью интеграла от дивергенции.